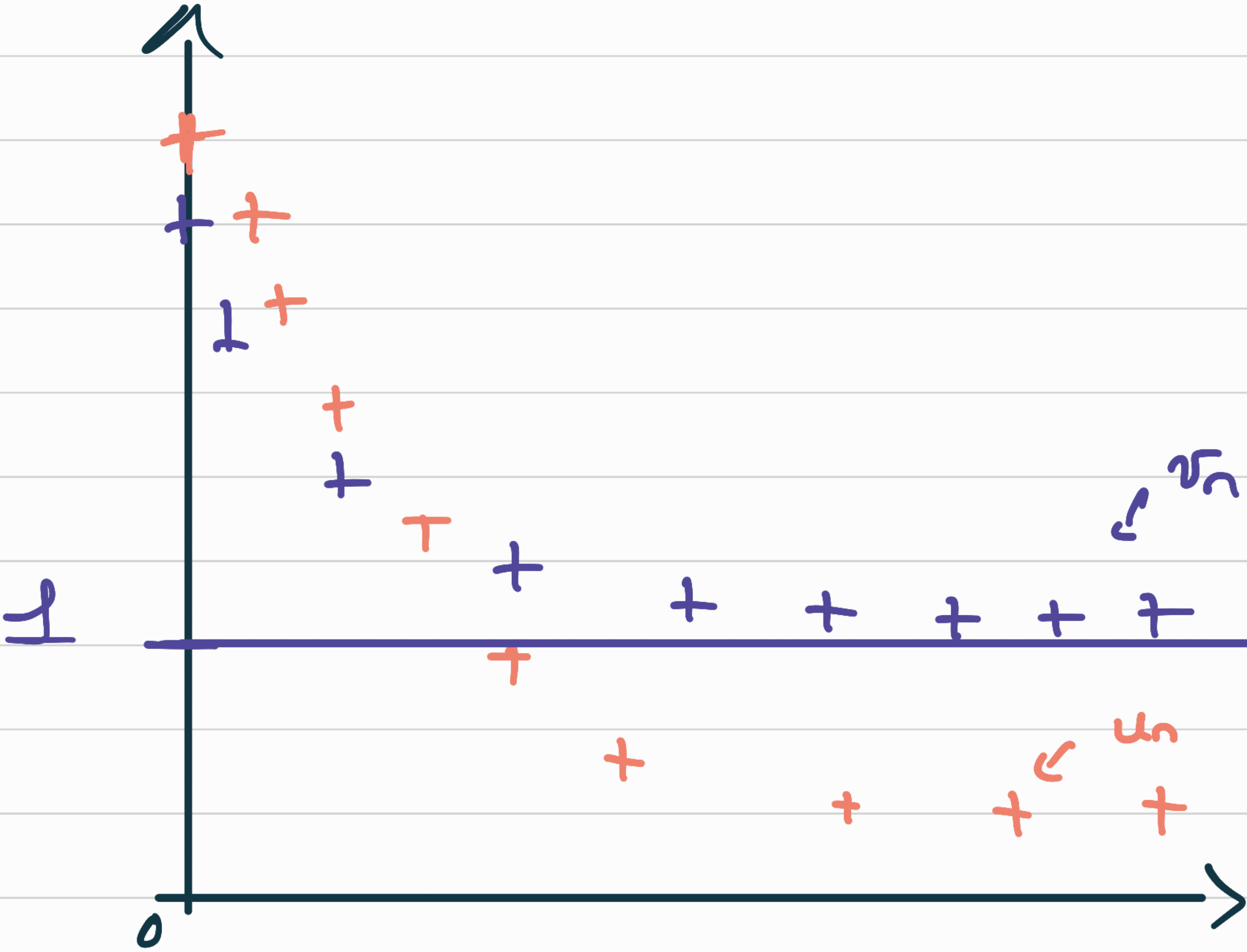
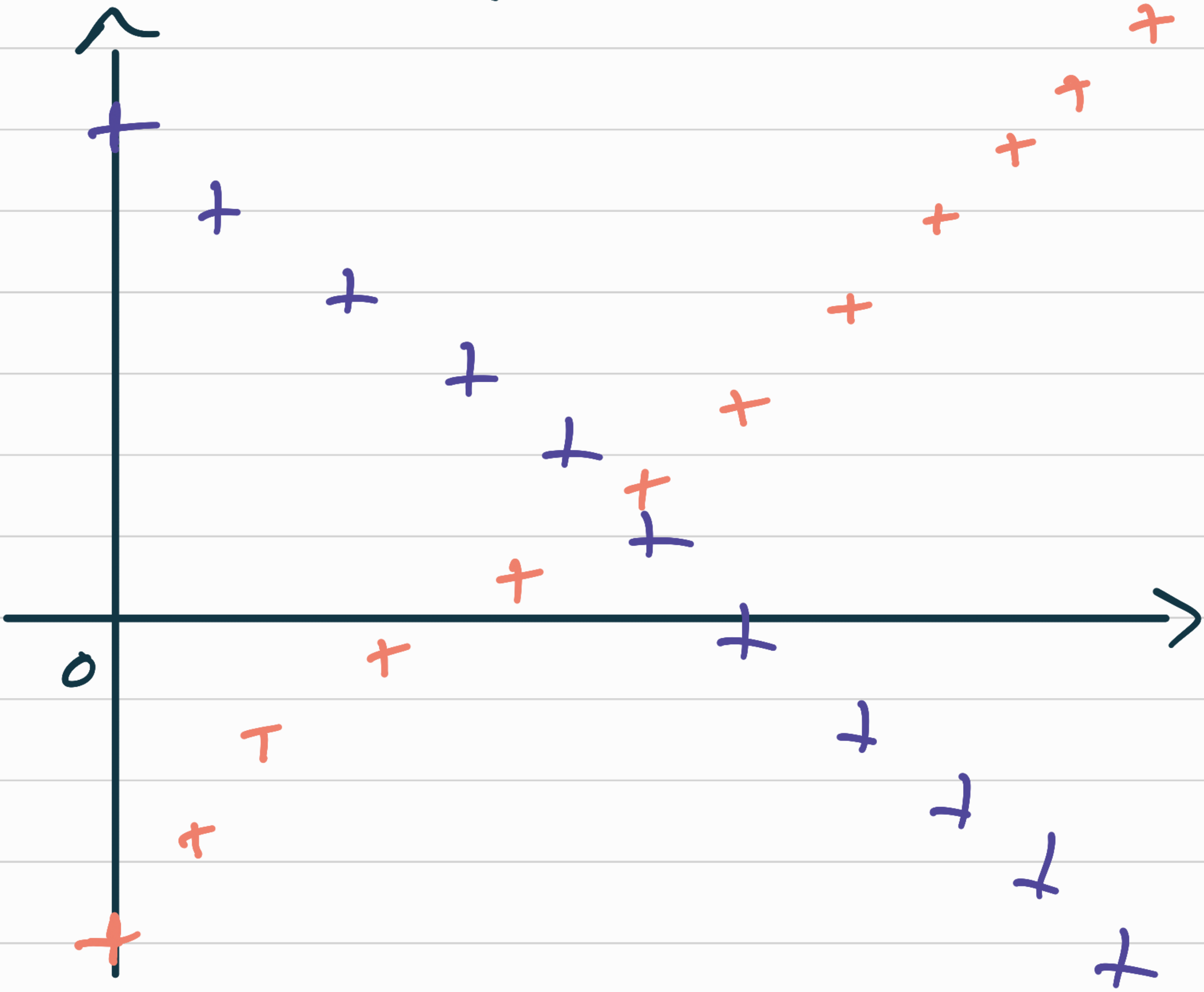
Limite finie :



$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$$

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = 1$$

Limite infinie



$$\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = -\infty$$

$(u_n)_n$ est convergente si elle admet une limite finie

$(u_n)_n$ est divergente si elle n'admet pas de limite finie.

$$\lim_{n \to +\infty} n^{\alpha} = +\infty$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} = 0$$

“ $$\frac{1}{\pm\infty} = 0$$ ”

“ $$\frac{1}{0} = \pm\infty$$ ”

Opérations sur les limites :

- **Addition :**

$\lim u_n$	ℓ	ℓ	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim v_n$	ℓ'	$+\infty$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim u_n + v_n$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I

- **Multiplication :**

$\lim u_n$	l	$l > 0$ $l < 0$	$+\infty$ $-\infty$	0
$\lim v_n$	l'	$+\infty$	$+\infty$ $-\infty$	∞
$\lim u_n \times v_n$	$l \times l'$	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$	F.I

- **Quotient :**

$\lim u_n$	l	$l \neq 0$ ($\to >0$, $\to <0$)	$\pm\infty$	l	∞	0
$\lim v_n$	$l' \neq 0$	0	l (>0, <0)	$\pm\infty$	∞	0
$\lim \frac{u_n}{v_n}$	$\frac{l}{l'}$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	0	F.I	F.I

$$\begin{cases} -\infty + \infty \\ +\infty - \infty \end{cases} \qquad \frac{0}{0} \qquad \frac{\infty}{\infty} \qquad 0 \times \infty$$

$\hookrightarrow$ **F.I**

Comparaison et limites

Théorème de comparaison :

- $\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = +\infty$

- $\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

Théorème des gendarmes :

- $v_n \leq u_n \leq w_n$

$$\lim_{n \to +\infty} w_n = \lim_{n \to +\infty} v_n = l$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = l$$