- $$\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

or la suite $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)_n$ est décroissante vers 0.

donc d'après le critère des séries alternées

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$ est convergente.

exercice 8 :

- $\displaystyle\sum_{n \geq 1} \frac{n^{1/n}}{n^{\alpha}}$

$$n^{\frac{1}{n}} = \exp\left(\underbrace{\frac{1}{n}\ln(n)}\right)$$

$\xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$ par c.c

$$\underset{+\infty}{\sim} 1 \qquad \boxed{e^{x} \underset{0}{\sim} 1}$$

donc $\displaystyle\frac{n^{\frac{1}{n}}}{n^{\alpha}} \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{n^{\alpha}}$

donc par le critère d'équivalent :

$$\sum \frac{n^{1/n}}{n^{\alpha}} \text{ cv} \iff \sum \frac{1}{n^{\alpha}} \text{ cv}$$

$\iff \underline{\alpha > 1}$

- $$\sum \frac{n^2+e^{-n}}{n^3+2}$$

$$\frac{n^2+e^{-n}}{n^3+2} \underset{+\infty}{\sim} \frac{n^2}{n^3} = \underbrace{\frac{1}{n}}_{DV}$$

or $\sum \frac{1}{n}$ DV par Riemann

et par le critère d'équivalence des séries à termes positives

$$\sum \frac{n^2+e^{-n}}{n^3+2} \text{ DV.}$$

- $n^{\alpha} \times \frac{\ln(n)}{n^2}$, $\alpha > 1$.

on pose $\alpha = \frac{3}{2} > 1$

$$n^{\frac{3}{2}} \frac{\ln(n)}{n^2} = \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$$

donc $\sum \frac{\ln(n)}{n^2}$ CV