

Les Matrices

● Calculatrice

- ① calcul
- ② boîte à outils
- ③ matrice et calcul
- ④ Choisir ce dont on a besoin

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ A \times B = \end{array} \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -36 \\ 8 & -22 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A^2 &= A \times A \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -14 \\ 7 & 14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

● Inverse d'une matrice

def: on appelle matrice identité ou unité de taille n .

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

prop: Pour toute matrice A de taille n :

$$A \times I_n = A = I_n \times A$$

example:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \times I_2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= A$$

déf. une matrice A de taille n est dite inversible s'il existe une matrice B de taille n telle que :

$$A \times B = I_n = B \times A$$

↳ Cette matrice B , on l'appelle la matrice inverse de A et on la note A^{-1}

sg : pas toutes les matrices sont inversibles.

exemple :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 \\ -0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donc B est la matrice
inverse de A .

prop: une matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

est invertible si et seulement

si $ad - bc \neq 0$

$$\hookrightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

exemple:

Calculer l'inverse de la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det(C) = 0 \times 2 - 2 \times 1 = \underbrace{-2}_{\neq 0}$$

donc C est invertible.

$$C^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

● Calculatrice

- ① Calculs
- ② Boîte à outils
- ③ Matrices et vecteurs
- ④ Matrices \rightarrow Inverse.

Prop: Soit A une matrice inversible de taille n , et M et N deux matrices à colonnes de taille n .

$$A \times M = N \iff M = A^{-1} \times N$$

↓
on cherche M