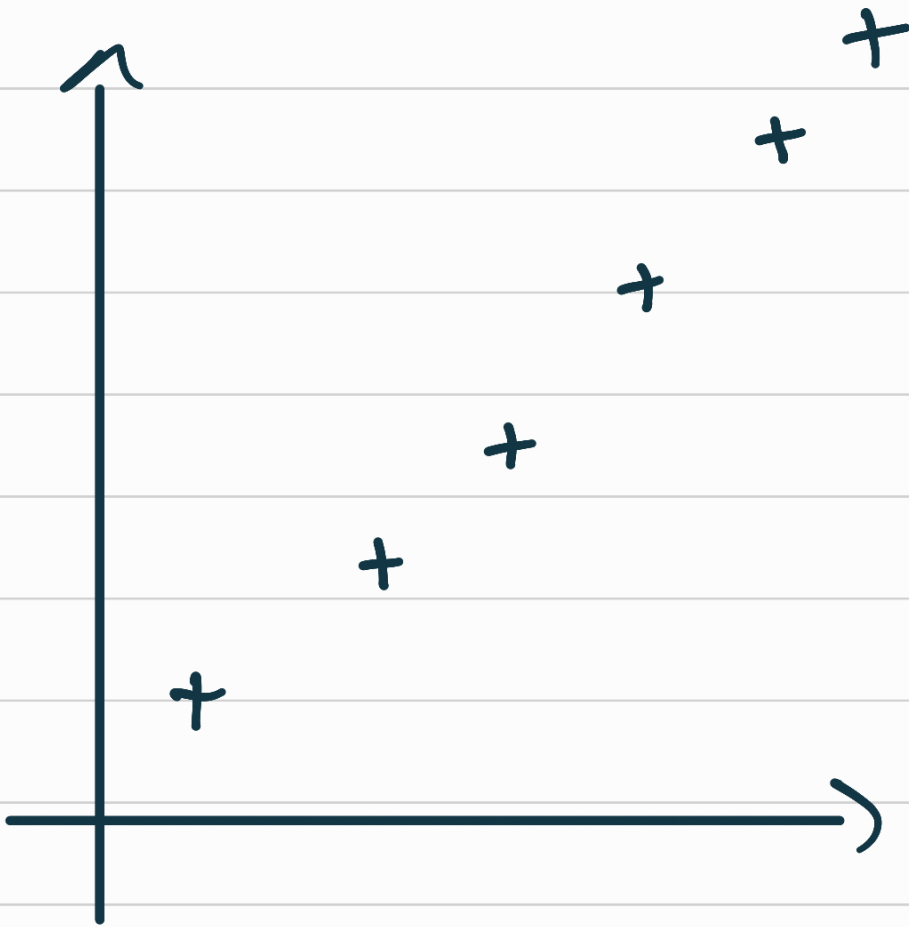


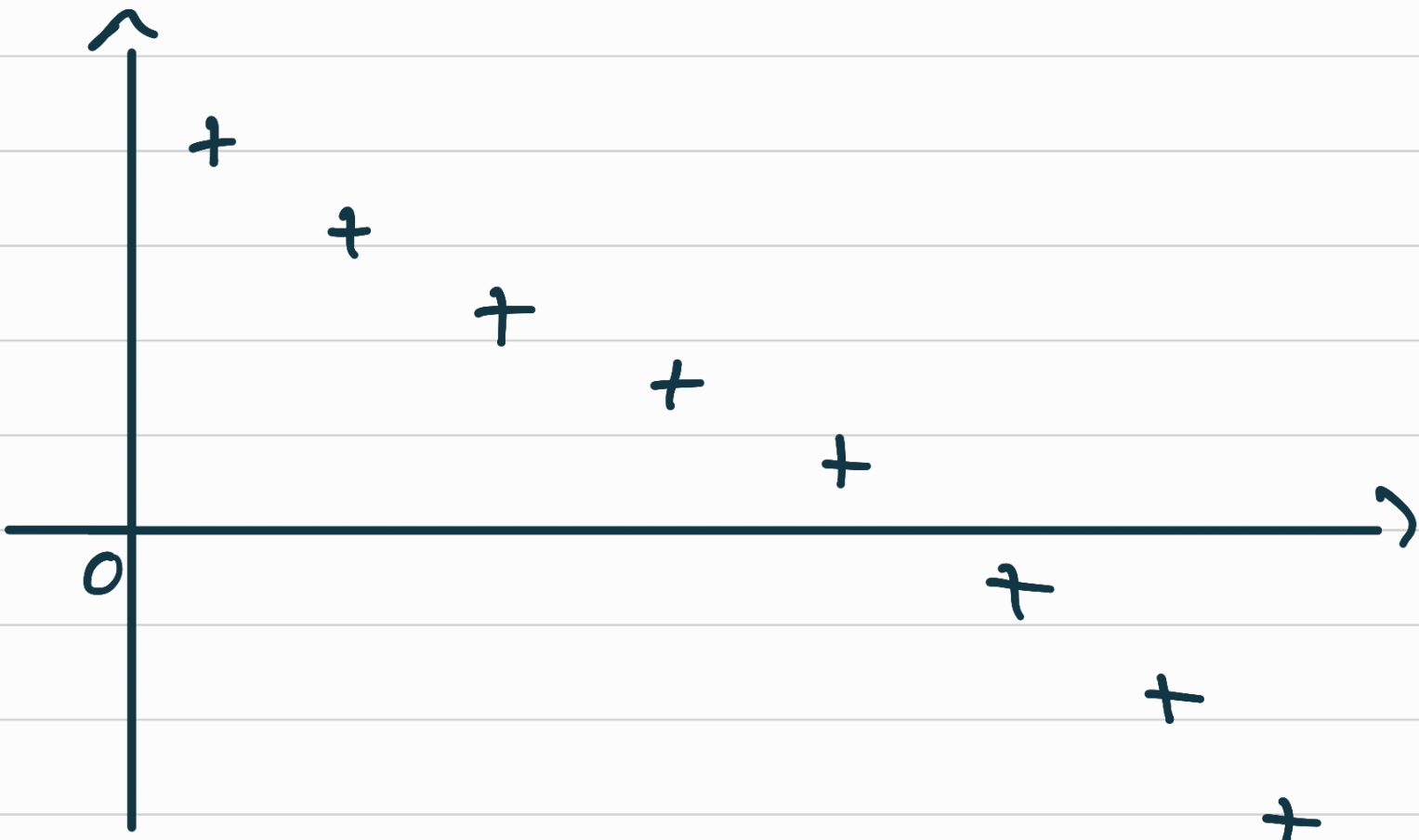
Limites

• Différents cas de limites :



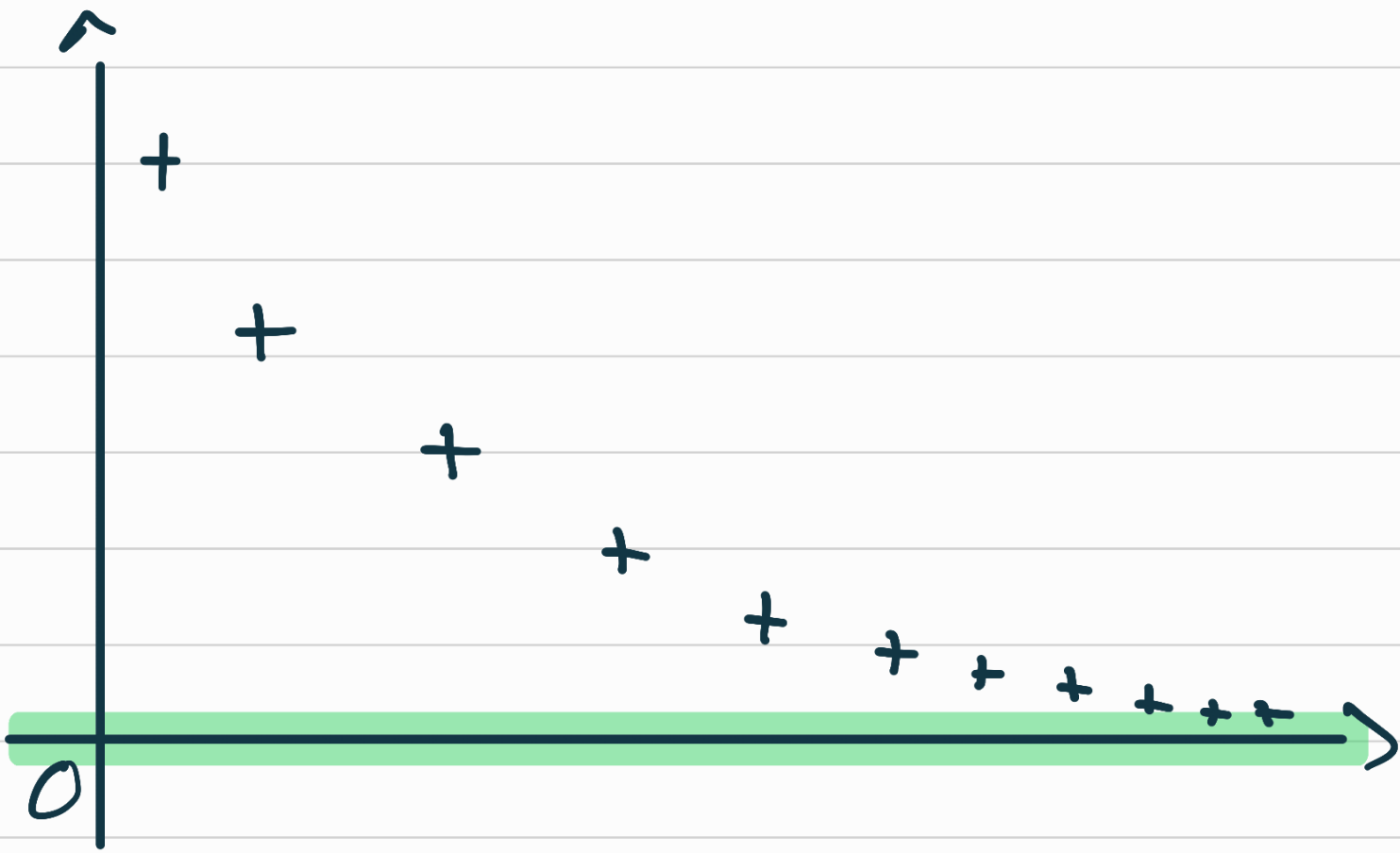
L_2 Les termes de la suite montent sans s'arrêter.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$



L, Les termes de la suite
descendent sans s'arrêter

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$



Les termes de la suite se rapprochent de plus en plus d'une droite d'équation $y = P$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = P$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$

↳ La suite est convergente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm \infty$$

↳ La suite est divergente

● Limites usuelles

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\bullet} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^{\bullet}} = 0$$

● Opérations sur les Amibes

→ Somme :

| | | | | | | |
|--|----------|--------------------|--------------------|------------|------------|--------------------------|
| $P \text{ im } u_n$ $n \rightarrow +\infty$ | P | P + ∞ | P - ∞ | + ∞ | - ∞ | + ∞ - ∞ |
| $P \text{ im } v_n$ $n \rightarrow +\infty$ | P' | + ∞ P' | - ∞ P' | + ∞ | - ∞ | - ∞ + ∞ |
| $P \text{ im } u_n + v_n$ $n \rightarrow +\infty$ | $P + P'$ | + ∞ | - ∞ | + ∞ | - ∞ | F.I. |

→ Produit :

| | | | | |
|--|---------------|--|--|-------------|
| $P \text{ im } u_n$ $n \rightarrow +\infty$ | P | $P > 0$ $P < 0$ | + ∞ - ∞ | 0 |
| $P \text{ im } v_n$ $n \rightarrow +\infty$ | P' | + ∞ - ∞ | + ∞ - ∞ | + ∞ |
| $P \text{ im } u_n v_n$ $n \rightarrow +\infty$ | $P \times P'$ | ••• + ∞ ••• - ∞ ••• + ∞ ••• - ∞ | ••• + ∞ ••• - ∞ ••• + ∞ ••• - ∞ | F.I. |

→ Quotient :

| | | | | | | |
|---|---------------------------|--|------------------------|--|------------------------|----------------------|
| $\frac{f \text{ in } \mathbb{R}_n}{n \rightarrow +\infty}$ | P | $\textcircled{P} \neq 0$ | P | $+\infty$ $-\infty$ | $+\infty$ $-\infty$ | 0 |
| $\frac{P \text{ in } \mathbb{R}_n}{n \rightarrow +\infty}$ | $\textcircled{P'} \neq 0$ | 0 | $+\infty$ $-\infty$ | $P > 0$ $P < 0$ | $+\infty$ $-\infty$ | 0 |
| $\frac{P \text{ in } \mathbb{R}_n}{n \rightarrow +\infty} \frac{Q \text{ in } \mathbb{R}_n}{n \rightarrow +\infty}$ | P / P' | ∞ $P > 0$ $L > +\infty$ $P < 0$ $L < -\infty$ | 0 | <ul style="list-style-type: none"> ● ● $+\infty$ ● ● $-\infty$ ● ● $-\infty$ ● ● $+\infty$ | $\textcircled{F.I.}$ | $\textcircled{F.I.}$ |

Formes indéterminées :

$$+\infty - \infty \quad \text{ou} \quad -\infty + \infty$$

$$0 \times +\infty \quad \text{ou} \quad 0 \times -\infty$$

$$\frac{\infty}{\infty} \quad \text{et} \quad \frac{0}{0}$$

Convention :

$$\frac{1}{0} = \pm \infty$$

$$\frac{1}{\pm \infty} = 0$$

exemple :

● $\lim_{n \rightarrow +\infty} n + 3\sqrt{n}$

$\hookrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$

$\hookrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \underbrace{3\sqrt{n}}_{>0} = +\infty$

donc par somme de limites

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n + 3\sqrt{n} = +\infty$$

● $\lim_{n \rightarrow \infty}$

$$\left(\frac{4}{5} + 1 \right) (n^2 + 3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{5} + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 + 3 = +\infty$$

donc par produit de limites

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{5} + 1 \right) (n^2 + 3) = +\infty$$